بنام خدا

الگوشناسی آماری (CE-725)

دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی شریف

تمرینات سری چهارم – بهار ۱۳۹۰

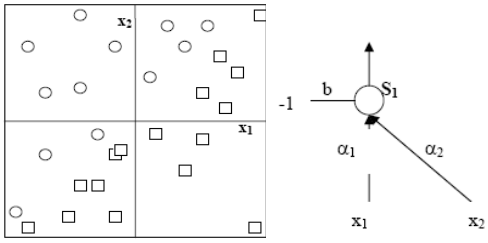
به نکات زیر توجه فرمائید:

۱. زمان تحویل تمرینات در سایت درس مشخص شده است. دقت نمائید که زمانبندی‌های تعیین شده قابل تغییر نیستند.

۲. تمرینات را با عنوان SPR-HWx-8xxxxxxx (مثلا SPR-HW4-88300785) و در یک فایل فشرده با همین نام به آدرس Muhammadi@ce.sharif.edu ایمیل بزنید.

۳. گزارش شما باید مختصر و مفید باشد. برای تمرینات پیاده‌سازی که با لوگوی مشخص شده‌اند باید کد مطلب نوشته شده ضمیمه گزارش شده و تمامی خروجی‌های برنامه‌ها در گزارش شما ذکر شوند.

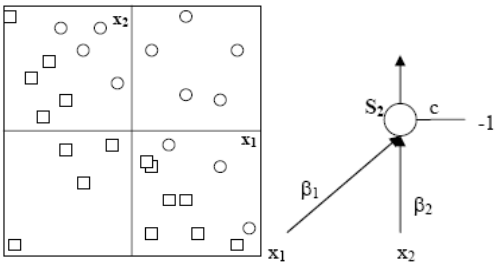
سوال ۱) نرون زیر را با دو ورودی، بایاس، یک خروجی و تابع آستانه پله در نظر بگیرید. خروجی این نرون می‌تواند به فرم زیر نوشته شود که در آن S_1 تابع پله می‌باشد:



$$y_1 = S_1(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 - b)\,,\ S_1(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

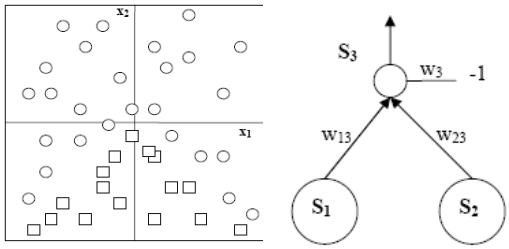
در داده‌های داده شده نیز مربع‌ها، کلاس y=0 و دایره‌ها کلاس y=1 را نشان می‌دهند.

الف) مرز تصمیم‌گیری را رسم کرده و معادله آن را بنویسید. همچنین با متناظر قرار دادن معادله نوشته شده با خروجی نرون فوق، مقادیر ممکن وزن‌های نرون (α_1، α_2 و b) را تعیین نمائید.



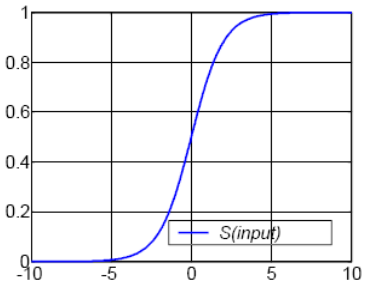
ب) مراحل فوق را برای نرون و داده‌های داده شده روبرو تکرار کنید.

پ) برای پیدا کردن مرز بین داده‌های زیر (که خیلی شبیه داده‌های دو مرحله قبل هستند)، می‌خواهیم نرون دیگری را طراحی کنیم که ورودی‌های آن، خروجی‌های دو نرون قبلی باشند. شکل این نرون در زیر نشان داده شده است. خروجی این نرون را بر حسب x1، x2، S1، S2 و S3 بیان کنید.



ت) سه داده (0,-2)، (3,0) و (-2,1) را در نظر بگیرید. با استفاده از رابطه‌ای که در مرحله قبل بدست آورده اید و با جایگذاری این سه داده، سه رابطه ساده‌تر بدست آورده و وزن‌های w13، w23 و w3 را بدست آورید.

ث) فرض کنید به جای تابع پله از تابع سیگموید با شکل روبرو و



رابطه زیر استفاده کنیم:

$$S(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$$

از آنجایی که تابع سیگموید پیوسته است، از رابطه زیر برای کلاسه‌بندی استفاده می‌کنیم:

$$Class=\begin{cases}0 & if\ S(x)<1/2\\ 1 & f\ S(x)\geq 1/2\end{cases}$$

خروجی S3 را بر حسب x1 و x2 با استفاده از این تابع، بازنویسی کنید.

ج) مرزهای تصمیم‌گیری حاصله در دو حالت استفاده از پله و استفاده از سیگموید را با هم مقایسه کنید.

راهنمایی: مرزهای تصمیم‌گیری را در هر دو حالت، برای دو سری وزن زیر، بصورت تقریبی رسم نمائید:

- سری اول: w13=2، w23=2، w3=2 و آلفا و بتاهای با اندازه واحد ولی علامت مناسب (۱- یا ۱+).
- سری دوم: w13=2، w23=2، w3=1 و آلفا و بتاهای با اندازه واحد ولی علامت مناسب (۱- یا ۱+).

سوال ۲) یک شبکه عصبی feed forward دو لایه برای جداسازی نمونه‌های زیر طراحی کنید (وزن‌ها را دستی تعیین کنید):

S_1: (-3, -1), (-1, -1), (-1, 1), (1, 0), (2, -1), (3, -1), (4, -1)

S_2: (-3, -4), (-1, -4), (1, -3), (1, -3), (2, 4), (3, -4), (4, 2), (5, 1), (6, -3)

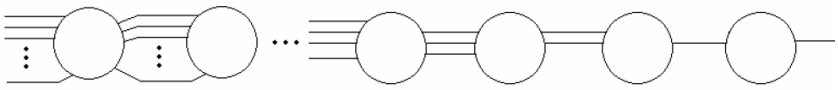
سوال ۳) آیا یک نرون با دو ورودی و یک خروجی قادر به پیاده‌سازی تابع NOR می‌باشد؟ چرا؟

سوال ٤) نمونه داده‌های زیر را در نظر بگیرید:

S_1: (-1, 0), (2, 0), (2, 3), (6, 4) S_2: (-1,-2), (2, -3), (5, 0), (8, 2)

یک شبکه عصبی با کمترین تعداد نودهای ممکن ارائه دهید که قادر به کلاسه‌بندی این داده‌ها باشد.

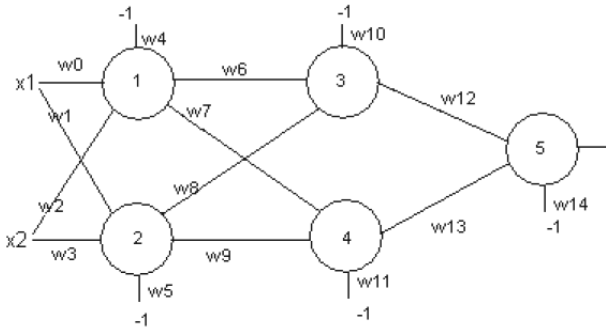
سوال ۵) شبکه زیر را با n نورون و تابع نورون‌های سیگموئیدی در نظر بگیرید. تعداد ورودی‌های سمت راست‌ترین نود، یک ورودی بوده و به ترتیب، هر نود که به سمت چپ می‌رویم، یک ورودی به ورودی‌ها افزوده می‌شود و تمامی ورودی‌های سمت چپ‌ترین نود برابر ۱ می‌باشند. برای هر نرون وزن تمامی ورودی‌ها برابر می‌باشند و هیچ کدام از نرون‌ها نیز دارای ورودی بایاس نیستند. خروجی سمت راست‌ترین نود را به ازای nهای بزرگ بدست آورید.

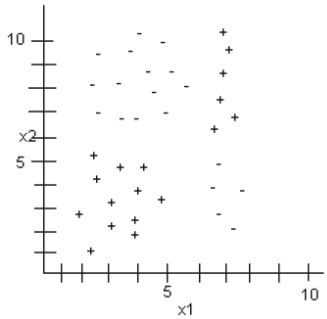


سوال ٦) شبکه و داده‌های زیر را در نظر بگیرید. خروجی هر کدام از پرسپترون‌ها، بر خلاف پرسپترون استاندارد ۱ یا ۱- می‌باشد. جدول وزن‌های زیر را بدون استفاده از الگوریتم‌های یادگیری و بصورت دستی، بصورت مناسب پر کنید، به قسمی که عملکرد جداسازی شبکه داده شده قابل قبول باشد.

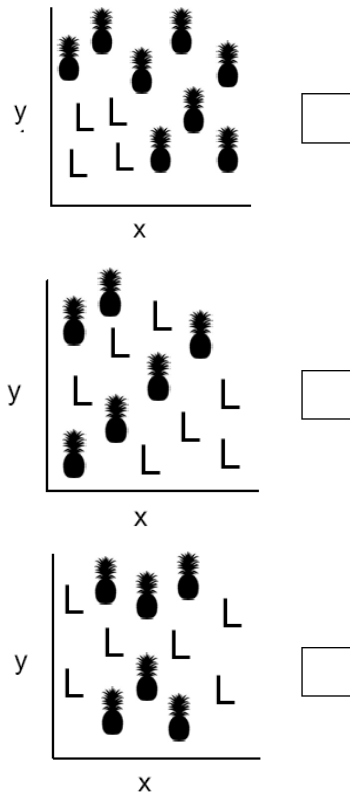
راهنمایی: ابتدا فضا را با دو خط به چهار ناحیه تقسیم کرده و سپس ناحیه‌های مربوط به هر کلاس را مشخص کنید. دو نرون سطح اول نمایانگر دو خط رسم شده، دو نرون مخفی نمایانگر نواحی تشکیل شده و نرون خروجی ترکیب کننده نواحی می‌باشد. توجه کنید که ساختار چهار ناحیه تشکیل شده مشابه ساختار XOR می‌باشد.

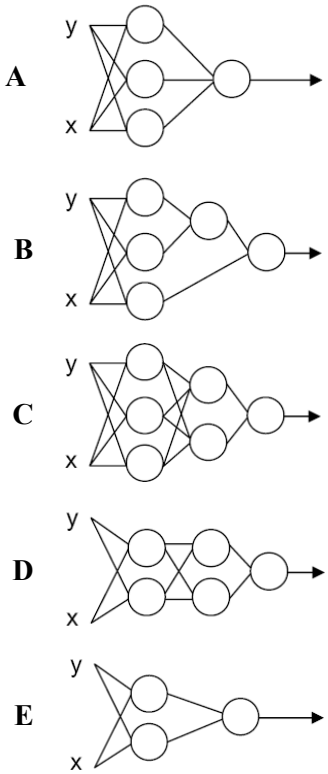
Weight	W0	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8	W9	W10	W11	W12	W13	W14
Value															





سوال ۷) برای هر کدام از مجموعه داده‌های داده شده سمت چپ، مشخص کنید که کدام یک از شبکه‌های سمت راست، مناسب‌ترین گزینه (از لحاظ تعداد نورون‌های کمتر) برای کلاسه‌بندی آن می‌باشد؟





سوال ۸) دو مثال توزیع گاوسی و ترکیب توزیع یکنواخت و مثلثی ارائه شده در اسلایدهای هشتم درس (اسلایدهای مدل سازی آماری) را برای هر دو حالت Parzen Window و K-NN شبیه‌سازی کنید.

سوال ۹) نمونه داده‌های یک بعدی X={-7, -5, -4, -3, -2, 0, 2, 3, 4, 5, 7} داده شده‌اند.

الف) تخمین $P_j(x)$ را با استفاده از روش پنجره پارزن با پنجره مستطیلی شکل بدست آورید. از $h_j = 1/\sqrt{j}$ استفاده کنید.

ب) نتایج را برای j = 1, 4, 11 نمایش دهید.

پ) فرض کنید $h_j = h/\sqrt{j}$ که در آن h عدد ثابتی است که در ابتدا مشخص می‌شود. در مورد شکل $P_j(x)$ به ازای مقادیر مختلف h بحث کنید.

سوال ۱۰) نمونه‌های یک‌بعدی زیر داده شده‌اند:

$$X=\{x_1, x_2, \ldots, x_{16}\}=\{0,1,3,4.5,5.5, 6.0, 6.5, 7.0, 7.2, 7.5, 8.0, 8.8, 9.2, 9.3, 11, 13\}$$

برای j=16 و $k_j = \sqrt{j}$ مقدار تخمین K-NN برای $P_j(x)$ را در x=2، x=4، x=6، x=8 و x=10 بدست آورید.