



بسم الله الرحمن الرحيم

سیگنال و سیستم‌ها

دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی شریف

پاییزه ۱۳۸۹ - ۴۰۲۴۲

امتحان میان ترم ۱۳ آبان ۱۳۸۹

مدت: ۲ ساعت

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

توجه:

۱- تعداد سؤالات ۵ عدد است و در ۱ برگه‌ی پشت و رو تنظیم شده است.

۲- تمام پاسخ‌ها را تمیز و خوانا در برگه‌های پاسخ‌نامه بنویسید.

۳- تمام پاسخ‌ها باید همراه با استدلال باشد. آن‌چه در کتاب یا کلاس اثبات شده نیاز به اثبات ندارد.

۴- نام خود را بر روی برگه‌های سؤالات و پیش‌نویس‌ها بنویسید و در پایان امتحان تحویل دهید.

موفق باشید.

مسئله ۱- (۲۰ نمره) رابطه‌ی ورودی و خروجی یک سیستم پیوسته زمان عبارت است از:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{-(t-\lambda)} x(\lambda) d\lambda$$

که در آن $x(t)$ ورودی و $y(t)$ خروجی سیستم است.

خواص زیر را در مورد این سیستم بررسی و با استدلال پاسخ دهید.

الف) بدون حافظه (ب) علی (ج) پایدار (د) خطی (ه) مستقل از زمان (و) معکوس پذیر

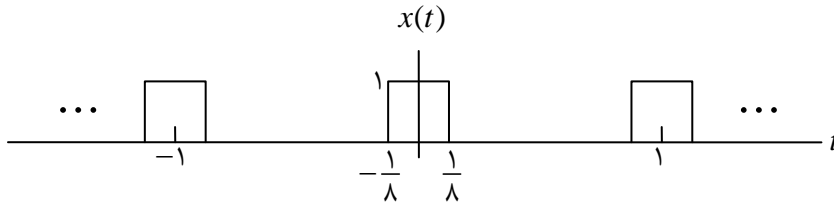
مسئله ۲- (۲۰ نمره) دو سیگنال متناوب $x_a[n]$ و $x_b[n]$ به ترتیب با دوره‌ی تناوب اصلی N_a و N_b و ضرایب سری فوریه‌ی a_k

و b_k مفروض است. اگر $x_s[n] = x_a[n] + x_b[n]$ باشد، ضرایب سری فوریه‌ی آن s_k را بر حسب a_k و b_k به دست آورید. اگر

$x_p[n] = x_a[n]x_b[n]$ باشد، ضرایب سری فوریه‌ی آن p_k را بر حسب a_k و b_k به دست آورید.

مسئله ۳- (۲۰ نمره) قطار پالس مربعی $x(t)$ با پهنا‌ی پالس $\frac{1}{4}$ و دوره تناوب ۱ به شکل زیر مفروض است.

الف) ضرایب سری فوریه‌ی این سیگنال را بدست آورید.



ب) مقدار ضرایب را برای مقادیر $|k| \leq 3$ محاسبه و به دقت رسم کنید.
 ج) سیگنال فوق از یک فیلتر پایین گذر با مشخصه فرکانسی $H(j\omega)$ (به شکل زیر) گذر می‌کند. ضرایب سری فوریه‌ی خروجی فیلتر و تابع زمانی آن $y(t)$ را بدست آورید و تا حد ممکن ساده کنید.

مسئله ۴- (۲۰ نمره) اطلاعات زیر در مورد سیگنال گسسته زمان $x[n]$ در دست است.

الف) $x[n]$ حقیقی و فرد است.

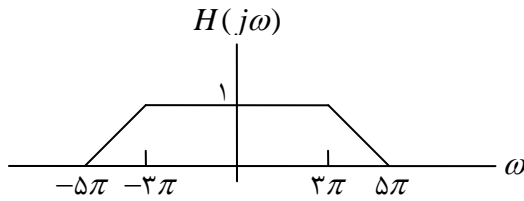
ب) $x[n]$ متناوب است با دوره‌ی تناوب $N = 6$

$$\frac{1}{N} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2 = 10 \quad \text{ج)}$$

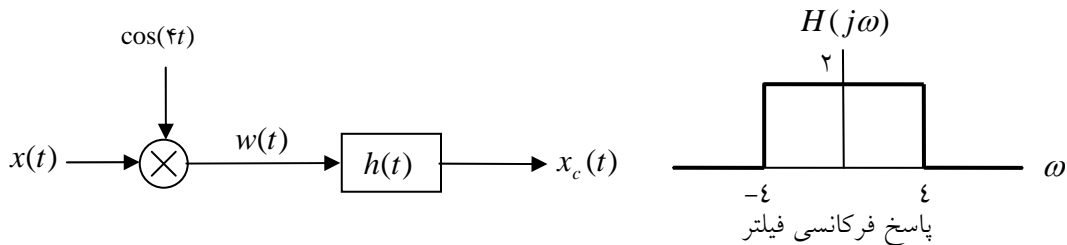
$$\sum_{n=-N}^N (-1)^{n/2} x[n] = 6j \quad \text{د)}$$

$$x[1] > 2 \quad \text{ه)}$$

رابطه‌ای برای $x[n]$ به شکل سینوسی (و یا کسینوسی) بدست آورید.



مسئله ۵- (۲۰ نمره) یک سیستم رمز کننده تلفن از یک ضرب کننده و یک فیلتر پایین گذر ایده آل که مشخصه فرکانسی آن در شکل نشان داده شده است مطابق شکل زیر تشکیل می‌شود.



ورودی این سیستم سیگنال صحبت $x(t)$ با تبدیل فوریه $X(j\omega)$ به شکل روبرو است. خروجی سیستم سیگنال $x_c(t)$ است که رمز شده و قابل فهم نیست. این سیگنال بعداً در گیرنده کشف رمز و تبدیل به $x(t)$ میگردد.

الف) تبدیل فوریه خروجی ضرب کننده، $W(j\omega)$ را برحسب $X(j\omega)$ بدست آورده و با دقت رسم کنید.

ب) تبدیل فوریه خروجی سیستم، $X_c(j\omega)$ را رسم کنید.

ج) با مقایسه طیف خروجی و طیف ورودی توضیح دهید چرا $x_c(t)$ قابل فهم نیست.

د) با توجه به نحوه تغییر شکل طیف سیگنال در هنگام رمز شدن، یک سیستم معکوس (سیستم کشف رمز) برای این رمز کننده پیشنهاد کنید.

