



In The Name of God, The Merciful, The Compassionate
Signals and Systems
Department of Computer Engineering
Sharif University of Technology
Fall 2012 – CE 40-242
Quiz #11
10th December 2012

۱- فرض کنید $x[n]$ سیگنال زمان گسسته دلخواهی باشد. هم چنین فرض کنید $H[n]$ فیلتر پایین گذاری با فرمول زیر باشد :

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \frac{\pi}{N} \\ 0 & \frac{\pi}{N} < |\omega| < \pi \end{cases}$$

علاوه بر این فرض کنید داریم :

$$x_r[n] = \sum_{N=-\infty}^{+\infty} x[kN]h[n - kN]$$

نشان دهید مسقل از نرخ نمونه برداری (N) ، به ازای هر عدد صحیح k ، رابطه زیر برقرار است:

$$x_r[kN] = \frac{1}{N} x[kN]$$

پاسخ :

$$x_r[kN] = \sum_{k'=-\infty}^{+\infty} x[k'N]h[kN - k'N] = \sum_{k'=-\infty}^{+\infty} x[k'N] \frac{w_c \sin w_c (kN - k'N)}{\pi w_c (kN - k'N)}$$

$$\text{Where } w_c = \frac{\pi}{N}$$

$$k' \neq k \rightarrow \sin w_c (kN - k'N) = 0 \quad \text{else} \quad x[k'N] \frac{w_c \sin w_c (kN - k'N)}{\pi w_c (kN - k'N)} = x[kN] \rightarrow x_r[kN] = \frac{1}{N} x[kN]$$