



In The Name of God, The Merciful, The Compassionate
Signals & Systems
Department of Computer Engineering
Sharif University of Technology
Fall 2012 – CE 40-242
Quiz #2

29th September 2012

زمان: ۱۵ دقیقه

شماره دانشجویی:

نام و نام خانوادگی:

۱. ثابت کنید که برای هر سیستم خطی مستقل از زمان داریم:

- سیستم علی است اگر و تنها اگر برای هر ورودی $x(t)$ که در آن:

$$x(t)=0, t < t_0$$

پاسخ سیستم $y(t)$ هم به ازای $t < t_0$ دارای مقداری برابر با صفر است.

میدانیم در سیستم های علی داریم :

به ازای هر $x_1(t), x_2(t)$ که داشته باشیم $x_1(t) = x_2(t), t < t_0$ خواهیم داشت:

$y_1(t) = y_2(t), t < t_0$. همچنین میدانیم پاسخ سیستم خطی به تابع $x_1(t)=0, y_1(t)=0$ است. پس هر

تابعی که تا لحظه t_0 مقداری برابر صفر دارد تا آن لحظه با تابع $x_1(t) = 0$ برابر و بنابراین پاسخ سیستم

نیز تا آن لحظه برابر با پاسخ سیستم $y_0(t) = 0$ است .

۲. مشخص کنید سیستم زیر کدام یک از ویژگی‌های خطی، مستقل از زمان^۱، بدون حافظه^۲، علی^۳، و پایداری^۴ را دارد.

$$T\{x(t)\} = (\cos \pi t) \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \quad \bullet$$

این سیستم خطی است، زیرا:

$$T\{x_1(t) + x_2(t)\} = (\cos \pi t) \int_{-\infty}^t (x_1(\tau) + x_2(\tau)) d\tau = (\cos \pi t) \int_{-\infty}^t x_1(\tau) d\tau + (\cos \pi t) \int_{-\infty}^t x_2(\tau) d\tau = T\{x_1(t)\} + T\{x_2(t)\}$$

¹ Time-Invariant

² Memoryless

³ Causal

⁴ Stability

این سیستم وابسته به زمان است زیرا:

$$\left. \begin{aligned} T\{x_1(t+T_1)\} &= (\cos \pi t) \int_{-\infty}^t x(\tau+T_1)d\tau = (\cos \pi t) \int_{-\infty}^{t+T_1} x(\tau)d\tau \\ y(t+T_1) &= (\cos \pi(t+T_1)) \int_{-\infty}^{t+T_1} x(\tau)d\tau \end{aligned} \right\} \Rightarrow T\{x(t+T_1) \neq y(t+T_1)$$

این سیستم بدون حافظه نیست. زیرا خروجی در لحظه t به مقدار x در لحظات غیر از t نیز وابسته است. از طرفی، خروجی در لحظه t ، فقط به مقدار ورودی در لحظات قبل از t وابسته است. بنابراین، سیستم علی است.

از نظر پایداری، این سیستم ناپایدار است. زیرا به ازای ورودی $x(t)=1$ ، مقدار خروجی بینهایت می شود.