



In The Name of God, The Merciful, The Compassionate
Signals & Systems
Department of Computer Engineering
Sharif University of Technology
Fall 2012 – CE 40-242
Quiz #4
15rd October 2012

زمان: ۱۵ دقیقه

شماره دانشجویی:

نام و نام خانوادگی:

۱- دو سیگنال متناوب $x[n]$ و $y[n]$ را در نظر بگیرید. دوره تناوب $x[n]$ و $y[n]$ به ترتیب N و M است و

ضرایب سری فوریه‌ی آن a_k و b_k است. سیگنال $w[n]$ را به شکل زیر تعریف کنید:

$$w[n] = x[n] + y[n]$$

الف) نشان دهید سیگنال $w[n]$ متناوب است و دارای دوره تناوب MN است.

جواب:

$$\left. \begin{array}{l} w[n] = x[n] + y[n] \\ y[n] = y[n + Mi] = y[n + NM] \\ x[n] = x[n + Nj] = x[n + NM] \end{array} \right\} \rightarrow w[n] = x[n] + y[n] = x[n + NM] + y[n + NM] = w[n + NM]$$

ب) ضرایب سری فوریه‌ی $w[n]$ را c_k بنامید. c_k را بر اساس a_k و b_k بدست آورید.

جواب:

با توجه به یکتا بودن ضرایب فوریه و عبارت زیر c_k را بدست می‌آوریم.

$$w[n] = x[n] + y[n] = \sum_{k < N} a_k e^{\frac{jknM(2\pi)}{MN}} + \sum_{k < M} b_k e^{\frac{jknN(2\pi)}{MN}} = \sum_{k < MN} c_k e^{\frac{jkn(2\pi)}{MN}}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود در سیگمای اول فقط ضرایب با اندیس kM مقدار غیر صفر دارند و در

سیگمای دوم ضرایب با اندیس kN . پس به یکتا ضرایب $w[n]$ بدست می‌آیند:

$$c_k = \begin{cases} 0 & k \% N \neq 0 \text{ and } k \% M \neq 0 \\ a_{k/M} & k \% M = 0 \text{ and } k \% N \neq 0 \\ b_{k/N} & k \% M \neq 0 \text{ and } k \% N = 0 \\ a_{k/M} + b_{k/N} & k \% N = 0 \text{ and } k \% M = 0 \end{cases}$$