



In The Name of God, The Merciful, The Compassionate  
Signals and Systems  
Department of Computer Engineering  
Sharif University of Technology  
Fall 2012 – CE 40-242  
Quiz #8  
19<sup>th</sup> of November 2012

زمان: ۱۵ دقیقه

شماره دانشجویی:

نام و نام خانوادگی:

فرض کنید که سیستم خطی و مستقل از زمان  $H_{LP}(e^{j\omega})$  که در معادله تفاضلی زیر صدق می کند، یک فیلتر پایین گذر باشد:

$$y[n] = -\sum_{k=1}^N a_k y[n-k] + \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$$

اثبات کنید که فیلتر زمان گسسته‌ای که از معادله تفاضلی زیر پیروی می کند، یک فیلتر بالاگذر خواهد بود:

$$y[n] = -\sum_{k=1}^N (-1)^k a_k y[n-k] + \sum_{k=0}^M (-1)^k b_k x[n-k]$$

پاسخ:

$$H_{LP}(e^{j\omega}) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k e^{-jk\omega}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k e^{-jk\omega}} \Rightarrow H_{LP}(e^{j(\omega-\pi)}) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k e^{-jk(\omega-\pi)}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k e^{-jk(\omega-\pi)}} = \frac{\sum_{k=0}^M (-1)^k b_k e^{-jk(\omega)}}{1 + \sum_{k=1}^N (-1)^k a_k e^{-jk(\omega)}} = H(e^{j\omega})$$

بنابراین،  $H(e^{j\omega})$  از شیفت دادن فیلتر پایین گذر به اندازه  $\pi$  حاصل می شود. بنابراین، یک فیلتر بالاگذر است.