



In The Name of God, The Merciful, The Compassionate
 Signals & Systems
 Department of Computer Engineering
 Sharif University of Technology
 Spring 2013 – CE 40-242
 Quiz #3

زمان: ۱۵ دقیقه

نام و نام خانوادگی :

شماره دانشجویی :

۱ - فرض کنید اطلاعات زیر در مورد سیگنال $x(t)$ داده شده است :

۱- $x(t)$ حقیقی و فرد است .

۲- $x(t)$ متناوب با دوره تناوب $T = 2$ بوده و دارای ضرایب سری فوریه a_k است .

۳- برای $|k| > 1$ ، $a_k = 0$ است .

$$4- \frac{1}{2} \int_0^2 |x(t)|^2 dt = 1$$

دو سیگنال مختلف را که در این شرایط صدق می کنند، تعیین کنید :

از قسمت ۱ به دست می آید که a_k موهومی خالص و فرد میباشد و از قسمت ۳ به دست می آید که a_k فقط برای ۱ و -۱ مقدار دارد و در بقیه ی مقادیر صفر میباشد (به دلیل فرد بودن ضرایب a_k پس در $k = 0$ نیز صفر میباشد) و با کمک از رابطه ی پارسوال، از رابطه ی ۴ به دست می آید که :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^2 |x(t)|^2 dt &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} |a_k|^2 = |a_{-1}|^2 + |a_1|^2 = |-a_1|^2 + |a_1|^2 = 2 |a_1|^2 \\ \frac{1}{2} \int_0^2 |x(t)|^2 dt &= 1 \end{aligned} \right\} \rightarrow 2|a_1|^2 = 1 \rightarrow |a_1| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow x(t) = \frac{j}{\sqrt{2}} e^{-jw_0 t} - \frac{j}{\sqrt{2}} e^{jw_0 t} = 2^{\frac{1}{2}} \sin w_0 t, \quad \frac{-j}{\sqrt{2}} e^{-jw_0 t} + \frac{j}{\sqrt{2}} e^{jw_0 t} = -2^{\frac{1}{2}} \sin w_0 t,$$

$$w_0 = \pi$$